Question Paper Code 25 12 1

International Maths Olympiad

by **Maths Olympiad Foundation**

IMO 2025

School Name: .... **State** ....

Student Name: .... **Sign** ....**IMO Roll No.** ....

Time : 1 hour **Class-XII** **Maximum Marks : 100**

General Instructions:

(a) There are 50 MCQs of 2 marks each.
(b) There is a negative marking (–½) for every wrong answer or filling more than one circle. No marks will be awarded or deducted for unattempted question.
(c) Rough works should be done on the A4 Sheet provided by Invigilator.
(d) **After completing the examination handover the OMR/Answer Sheet to the Invigilator.**
(e) Use of Calculator, smart watches are not permitted. Uses may lead cancellation of Examination.

Q.1. Lilavati is a treatise by Indian mathematician on mathematics, written in 1150 AD. It is the first volume of his main work, the Siddhanta Shiromani, alongside the Bijaganita, the Grahaganita and the Goladhyaya. Identify the mathematician.

लीलावती, भारतीय गणितज्ञ द्वारा गणित पर लिखा गया एक ग्रंथ है जो 1150 ई. में लिखा गया था। यह सिद्धांत शिरोमणि का पहला खंड है, जिसमें बीजगणित, ग्रहगणित और गोलाध्याय सम्मिलित हैं। गणितज्ञ की पहचान कीजिये:

(a) Ramanujan (b) Aryabhata (c) Bhaskaracharya (d) Bramhagupta
(a) रामानुजन (b) आर्यभट्ट (c) भास्कराचार्य (d) ब्रम्हगुप्त

Q.2. A function $f(x)$ is defined as– $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x \text{ is rational} \\ \cos x, & x \text{ is irrational} \end{cases}$ *is continuous at*

एक फलन $f(x)$ जिसे परिभाषित किया गया है : $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x \text{ परिमेय है} \\ \cos x, & x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$**, सतत होगा-**

(a) $x=n\pi+\frac{\pi}{4}, n\in I$ (b) $x=n\pi+\frac{\pi}{8}, n\in I$ (c) $x=n\pi+\frac{\pi}{6}, n\in I$ (d) $x=n\pi+\frac{\pi}{3}, n\in I$

Q.3. Consider the statements: निम्न कथनों पर विचार कीजिये :

(I) $\lim_{x\to 0}\sin\frac{1}{x}$ does not exist (II) $\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$ exist

$\lim_{x\to 0}\sin\frac{1}{x}$ **अस्तित्व में नही है** $\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$ **अस्तित्व में नही है**

Which of the following statements is/are correct?

उपरोक्त में से कौन सा/से कथन सही है?

(a) Only I (b) Only II (c) Both I and II (d) Neither I nor II
(a) केवल I (b) केवल II (c) दोनों I और II (d) न I न II

Q.4. **If $f'(x) = \dfrac{1}{-x+\sqrt{x^2+1}}$ and $f(0) = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$, then $f(1)$, is equal to–**

यदि $f'(x) = \dfrac{1}{-x+\sqrt{x^2+1}}$ और $f(0) = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$, तब $f(1)$ = __________

(a) $-\log(\sqrt{2}+1)$ (b) $-\log(\sqrt{2}-1)$ (c) $1+\sqrt{2}$ (d) 1

Q.5. **The differential equation of all parabolas whose axis are parallel to the *y*-axis is–**
उन सभी परवलयों का अवकल समीकरण जिनके अक्ष y-अक्ष के समानांतर है, वह है –

(a) $\dfrac{d^{3y}}{dx^3}+\dfrac{d^2x}{dy^2}=0$ (b) $\dfrac{d^2x}{dy^2}=C$ (c) $\dfrac{d^3y}{dx^3}=0$ (d) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+2\dfrac{dy}{dx}=C$

Q.6. **Vectors $\vec{a}=-4\hat{i}+3\hat{k}$; $\vec{b}=14\hat{i}+2\hat{j}-5\hat{k}$ are laid off from one point. Vector $\vec{d}$, which is being laid off from the same point dividing the angle between vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ in equal halves and having the magnitude $\sqrt{6}$, is–**
सदिश $\vec{a}=-4\hat{i}+3\hat{k}$; $\vec{b}=14\hat{i}+2\hat{j}-5\hat{k}$ एक ही बिंदु से खींचे गये है। सदिश $\vec{d}$, जो उसी बिंदु से खींचा जाता है और सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच के कोण को बराबर भागों में विभाजित करता है और जिसका परिमाण $\sqrt{6}$ है , वह है :

(a) $\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ (b) $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ (c) $\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ (d) $2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}$

Q.7. **The shortest distance between the lines $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ and $\dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-6}{4}$ is–**

रेखाओं $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ और $\dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-6}{4}$ के बीच न्यूनतम दूरी होगी-

(a) $\sqrt{30}$ (b) $3\sqrt{30}$ (c) $5\sqrt{30}$ (d) $2\sqrt{30}$

Q.8. **If** $A=\begin{bmatrix}0&1&2\\1&2&3\\3&a&1\end{bmatrix}$ **and** $A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\-4&3&c\\\frac{5}{2}&-\frac{3}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$**, then the values of a and c are equal to–**

यदि $A=\begin{bmatrix}0&1&2\\1&2&3\\3&a&1\end{bmatrix}$ **और** $A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\-4&3&c\\\frac{5}{2}&-\frac{3}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$**, तो a और c के मान होंगे –**

(a) 1, -1 (b) 1, 1 (c) 1, 2 (d) -1, 1

Q.9. **South African cricket captain lost the toss of a coin 13 times out of 14. The chance of this happening was–**
दक्षिण अफ्रीकी क्रिकेट कप्तान 14 में से 13 बार सिक्के का टॉस हार जाते हैं । ऐसा होने की संभावना थी-

(a) $\dfrac{1}{2^{13}}$ (b) $\dfrac{7}{2^{13}}$ (c) $\dfrac{13}{2^{14}}$ (d) $\dfrac{13}{2^{13}}$

Q.10. **The value of** $cos\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1}{8}\right)$ **is–**

$cos\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1}{8}\right)$ **का मान है-**

(a) $-\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{4}$

Q.11. **If** $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & cb & a^2+b^2 \end{vmatrix} = ka^2b^2c^2$**, then the value of** k **is–**

यदि $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & cb & a^2+b^2 \end{vmatrix} = ka^2b^2c^2$**, तो k का मान होगा –**

(a) 2 (b) 4 (c) 0 (d) None of these इनमे से कोई नहीं

Q.12. **If** $f(x)=\begin{cases} x, & x \text{ is rational} \\ 1-x, & x \text{ is irrational} \end{cases}$ $then\ f(f(x))$ is

यदि $f(x)=\begin{cases} x, x & \text{परिमेय है} \\ 1-x, x & \text{अपरिमेय है} \end{cases}$ तब $f(f(x))$ होगा :

(a) $\begin{cases} x, & x \text{ is rational} \\ 1-x, & x \text{ is irrational} \end{cases}$ **परिमेय है** / **अपरिमेय है**

(b) $f(x)=\begin{cases} x, x \\ 1-x, x \end{cases}$

(c) $x \forall x \varepsilon R$

(d) None of these इनमे से कोई नहीं

Q.13. **Consider the following statements about Prof. Sujatha Ramdorai. Write true (T) and false (F) against each statement.**

प्रोफेसर सुजाता रामदोराई के बारे में निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये । प्रत्येक कथन के लिए सत्य (T) और असत्य (F) बताये।

1. **She is an Indian mathematician currently associated with the University of British Columbia, Canada.**
   वह एक भारतीय गणितज्ञ हैं जो वर्तमान में ब्रिटिश कोलंबिया विश्वविद्यालय, कनाडा से जुड़ी हुई हैं।
2. **She is an internationally reputed approximation theorist whose work in stating and proving Approximation Theorem is widely respected.**
   वह एक अंतरराष्ट्रीय स्तर पर प्रतिष्ठित सन्निकटन सिद्धांतकार हैं, जिनके सन्निकटन प्रमेय को प्रतिपादित करने और सिद्ध करने में किया कार्य व्यापक रूप से सम्मानित है।
3. **She is the first and only Indian to win the prestigious ICTP Ramanujan Prize.**
   वह प्रतिष्ठित ICTP रामानुजन पुरस्कार जीतने वाली पहली और एकमात्र भारतीय हैं।

(a) TTF (b) FTT (c) TTT (d) TFT

Q.14. **Let $f(x)$ be defined in the interval [0, 4] such that** $f(x)=\begin{cases}1-x, & 0\le x\le 1\\ x+2, & 1<x<2\\ 4-x, & 2\le x\le 4\end{cases}$ **then number of points where $f(f(x))$ is discontinuous is–**

माना $f(x)$ अंतराल [0, 4] में एस प्रकार परिभाषित है कि, $f(x)=\begin{cases}1-x, & 0\le x\le 1\\ x+2, & 1<x<2\\ 4-x, & 2\le x\le 4\end{cases}$ **तो उन बिंदुओं की संख्या जहां $f(f(x))$ असंतत है-**

(a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) None of these

Q.15. **If $\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ bisects the angle between $\vec{a}$ and $-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$, where $\vec{a}$ is a unit vector, then–**

यदि $\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{a}$ और $-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$ के बीच के कोण को समद्विभाजित करता है, जहाँ $\vec{a}$ एक इकाई सदिश है, तो–

(a) $\hat{a}=\frac{1}{105}(-41\hat{i}+88\hat{j}-40\hat{k})$ (b) $\hat{a}=\frac{1}{105}(-41\hat{i}+88\hat{j}-40\hat{k})$

(c) $\hat{a}=\frac{1}{105}(-41\hat{i}+88\hat{j}-40\hat{k})$ (d) $\hat{a}=\frac{1}{105}(41\hat{i}+88\hat{j}+40\hat{k})$

Q.16. **The sum of the solutions of the equation**

$2\sin^{-1}\sqrt{x^2+x+1}+\cos^{-1}\sqrt{x^2+x}=\frac{3\pi}{2}$ is–

समीकरण $2\sin^{-1}\sqrt{x^2+x+1}+\cos^{-1}\sqrt{x^2+x}=\frac{3\pi}{2}$ **के हलों का योग होगा-**

(a) –1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

Q.17. **Corner points of the feasible region for an LPP are (0, 2), (3, 0), (6, 0), (6, 8) and (0, 5). Let F= 4x + 6y be the objective function.**
The Minimum value of F occurs at

एक LPP के लिए सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिंदु (0, 2), (3, 0), (6, 0), (6, 8) और (0, 5) हैं। मान लीजिए F= 4x + 6y उद्देश्य फलन है। तो F का न्यूनतम मान कहाँ प्राप्त होगा ?

(a) any point on the line segment joining the points (0, 2) and (3, 0).
बिंदुओं (0, 2) और (3, 0) को जोड़ने वाले रेखा खंड पर कोई भी बिंदु।

(b) केवल (0, 2)

(c) केवल (3.0)

(d) the mid-point of the line segment joining the points (0, 2) and (3, 0) only
केवल बिंदुओं (0, 2) और (3.0) को जोड़ने वाले रेखा खंड का मध्य-बिंदु

Q.18. **The range of $f(x)=\frac{1}{2}\sin^{-1}2x$ is:**

$f(x)=\frac{1}{2}\sin^{-1}2x$ का परिसर होगा :

(a) $\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ (b) [–1, 1] (c) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (d) $\left\{\frac{-\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right\}$

Q.19. The number of solutions of differential equation $\frac{dy}{dx}=\frac{y+1}{x-1}$ when $y(1) = 2$ is:

जब $y(1) = 2$ है तो अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=\frac{y+1}{x-1}$ के हलो, की संख्या क्या होगी,

(a) Zero **शून्य** (b) One **एक** (c) Two **दो** (d) Infinite **अनंत**

Q.20. The ancient mathematics book Ganita – Sara – Sangraha was authored by–
प्राचीन गणित पुस्तक गणित-सार-संग्रह के लेखक कौन थे?

(a) Aryabhata आर्यभट्ट (b) Bhaskaracharya भास्कराचार्य
(c) Bramhagupta ब्रम्हगुप्त (d) Mahaviracharya महावीराचार्य

Q.21. If $A=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ a & 2 & b\end{bmatrix}$ is an orthogonal matrix, then–

यदि $A=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ a & 2 & b\end{bmatrix}$ एक ओर्थोगोनल मैट्रिक्स है, तो-

(I) a = -2 (II) a = 2, b = 1 (III) b = -1 (IV) b = 1

(a) (i) and (iii) are correct (b) (I), (II) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

Q.22. $f(x)=x^2-2ax+a(a+1)$, $f:[a,\infty)\to[a,\infty)$. If one of the solutions of the equation $f(x)=f^{-1}(x)$ is 5049, then the other may be–

$f(x)=x^2-2ax+a(a+1)$, $f:[a,\infty)\to[a,\infty)$. **यदि समीकरण $f(x)=f^{-1}(x)$ के हलों में से एक 5049 है , तो दूसरा हो सकता है –**

(I) 5051 (II) 5048 (III) 5052 (IV) 5050

(a) (I), (II) and (IV) are correct. (b) (II) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

Q.23. If $\int sinx\, d(secx)=f(x)-g(x)+c$, then–

यदि $\int sinx\, d(secx)=f(x)-g(x)+c$, तो –

(I) $f(x) = secx$ (II) $f(x) = tanx$ (III) $g(x) = 2x$ (IV) $g(x) = x$

(a) (I), (II) and (IV) are correct. (b) (I) and (III) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

Q.24. The co-ordinates of the points (s) on graph of the function– $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+7x-4$, where the tangent drawn cuts off intercepts from the co-ordinates axes which are equal in magnitude but opposite in sign, is–

फलन $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+7x-4$ के ग्राफ़ पर उस बिंदुओं के निर्देशांक, जहां खींची गई स्पर्श रेखा निर्देशांक-अक्षों के अंतःखंडों को काटती है जिनके परिमाण समान है किन्तु चिन्ह विपरीत है ,क्या है–

(I) (2, 8/3) (II) (3, 7/2) (III) (1, 5/6) (IV) None of these

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (II) are correct.
(c) (I) and (III) are correct.
(d) (I), (II) and (III) are correct.

Q.25. If $f(x)=sgn(x^2-ax+1)$ where "sgn" represents the signum function and $f(x)$ has maximum number of points of discontinuity, then–

यदि $f(x)=sgn(x^2-ax+1)$ जहां "sgn" साइनम फलन को दर्शाता है और $f(x)$ में अधिकतम संख्या में असंततता के बिंदु है, तो

(I) $a\in(2,\infty)$ (II) $a\in(-\infty,-2)$ (III) $a\in(-2,-2)$ (IV) None of these

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I), (II) and (III) are correct.
(c) (I) and (II) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.26. If A and B are two events, the probability that exactly one of them occurs is given by–
यदि A और B दो घटनाएँ हैं, तो उनमें से ठीक एक के घटित होने की प्रायिकता किसके द्वारा दी गई है?

(I) $P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$
(II) $P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)$
(III) $P(A\cap B)-P(A\cap B)$
(IV) $P(\overline{A})+P(\overline{B})-2P(\overline{A}\cap\overline{B})$

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (III) are correct.
(c) (II) and (III) are correct.
(d) (I), (II), (III) and (IV) are correct.

Q.27. If the curve $y=ax^{1/2}+bx$ passes through the point (1, 2) and lies above the x-axis for $0\le x\le 9$ and the area enclosed by the curve, the x-axis and the line x = 4 is 8 sq. units. Then–

यदि वक्र $y=ax^{1/2}+bx$ बिंदु (1, 2) से होकर गुजरता है और $0\le x\le 9$ के लिए x-अक्ष के ऊपर स्थित है तथा वक्र, x-अक्ष और रेखा x = 4 द्वारा घिरे क्षेत्रफल 8 वर्ग इकाई है। तब-

(I) a = 1 (II) b = 1 (III) a = 3 (IV) b = -1

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (III) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (I) and (III) are correct.

Q.28. The parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$ divide the square region bounded by the lines $x = 4$, $y = 4$ and the co-ordinate axes. If S_1, S_2, S_3 are the areas of these parts numbered from top to bottom, respectively, then–

परवलय $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$ रेखाओं $x = 4, y = 4$ और निर्देशांकअक्षों द्वारा घिरे वर्गाकार क्षेत्र को विभाजित करते हैं। यदि S_1, S_2, S_3 इन भागों के क्रमशः ऊपर से नीचे की ओर के संख्याकित क्षेत्रफल है, तो -

(I) $S_1 : S_2 \equiv 1 : 1$ (II) $S_2 : S_3 \equiv 1 : 2$ (III) $S_1 : S_2 \equiv 1 : 1$ (IV) $S_1 : (S_1 + S_2) \equiv 1 : 2$

(a) (I), (III) and (IV) are correct.
(b) (I) and (III) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.29. Which one of the following function(s) is/are homogeneous?
निम्नलिखित में से कौन से फलन समघातीय हैं?

(I) $f(x,y)=\dfrac{x-y}{x^2+y^2}$

(II) $f(x,y)=x^{\frac{1}{3}}\,y^{-\frac{2}{3}}\tan^{-1}\dfrac{x}{y}$

(III) $f(x,y)=x\left(In\sqrt{x^2+y^2}-In\,y\right)+ye^{\frac{x}{y}}$

(IV) $f(x,y)=x\left[In\dfrac{2x^2+y^2}{x}-In(x+y)\right]+y^2tan\dfrac{x+2y}{3x-y}$

(a) (I) and (III) are correct.
(b) (I), (II) and (III) are correct.
(c) (I), (II) and (IV) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.30. Let $\vec{r}$ be a unit vector satisfying $\vec{r}\times\vec{a}=\vec{b}$, where $|\vec{a}|=\sqrt{3}$ and $|\vec{b}|=\sqrt{2}$. Then–
मान लीजिये $\vec{r}$ एक इकाई सदिश है जो $\vec{r}\times\vec{a}=\vec{b}$ को संतुष्ट करता है, जहाँ $|\vec{a}|=\sqrt{3}$ और $|\vec{b}|=\sqrt{2}$, है , तब-

(I) $\vec{r}=\dfrac{2}{3}(\vec{a}+\vec{a}\times\vec{b})$

(II) $\vec{r}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{a}\times\vec{b})$

(III) $\vec{r}=\dfrac{2}{3}(\vec{a}-\vec{a}\times\vec{b})$

(IV) $\vec{r}=\dfrac{1}{3}(-\vec{a}+\vec{a}\times\vec{b})$

(a) (I) and (II) are correct.
(b) (I), (II) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.31. If $f(x)=\left(sin^{-1}x\right)^2+\left(\cos^{-1}x\right)^2$, then–

(I) $f(x)$ has the least value of $\dfrac{\pi^2}{8}$

(II) $f(x)$ has the greatest value of $\dfrac{5\pi^2}{8}$

(III) $f(x)$ has the least value of $\dfrac{\pi^2}{16}$

(IV) $f(x)$ has the greatest value of $\dfrac{5\pi^2}{4}$

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

यदि $f(x)=\left(sin^{-1}x\right)^2+\left(\cos^{-1}x\right)^2$, तो –

(I) $f(x)$ का न्यूनतम मान $\dfrac{\pi^2}{8}$

(II) $f(x)$ का अधिकतम मान $\dfrac{5\pi^2}{8}$

(III) $f(x)$ का न्यूनतम मान $\dfrac{\pi^2}{16}$

(IV) $f(x)$ का अधिकतम मान $\dfrac{5\pi^2}{4}$

(a) (I), (II) और (IV) सही हैं
(b) (I) और (IV) सही हैं
(c) (I), (II) और (III) सही हैं
(d) (II) और (III) सही हैं

Q.32. If the vectors $\hat{i}-\hat{j}$, $\hat{j}+\hat{k}$, and $\vec{a}$ form a triangle, then $\vec{a}$ may be–
यदि सदिश $\hat{i}-\hat{j}$, $\hat{j}+\hat{k}$, और $\vec{a}$ एक त्रिभुज बनाते हैं, तो $\vec{a}$ हो सकता है–

(I) $-\hat{i}-\hat{k}$
(II) $\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}$
(III) $2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$
(IV) $\hat{i}+\hat{k}$

(a) (I), (II) and (III) are correct.
(b) (I) and (III) are correct.
(c) (I), (II) and (IV) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.33. In which of the following differential equation degree is not defined?
निम्नलिखित में से किस अवकल समीकरण में घात परिभाषित नहीं है?

(I) $\frac{d^2y}{dx^2}+3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=xlog\frac{d^2y}{dx^2}$ (II) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=xsin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$

(III) $x=sin\left(\frac{dy}{dx}-2y\right),|x|<1$ (IV) $x-2y=log\left(\frac{dy}{dx}\right)$

(a) (I) and (II) are correct (b) (I), (II) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

Q.34. Let $f(x)=|x^2-3x-4|,\ -1\le x\le 4$, then–

(I) f (x)is monotonically increasing in $\left[-1,\frac{3}{2}\right]$ (II) f (x) is monotonically decreasing in $\left(\frac{3}{2},4\right]$

(III) The maximum value of $f(x)$ is $\frac{25}{4}$ (IV) The minimum value of f (x) is 0

(a) (I), (II) and (IV) are correct. (b) (I) and (III) are correct.
(c) (I), (II), (III) and (IV) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

यदि $f(x)=|x^2-3x-4|,\ -1\le x\le 4$, तो –

(I) $f(x)\left[-1,\frac{3}{2}\right]$ **में एकदिष्ट वर्धमान होगा** (II) $f(x)$ $\left(\frac{3}{2},4\right]$ **में एकदिष्ट ह्रासमान होगा**

(III) $f(x)$ **का अधिकतम मान** $\frac{25}{4}$ **है** (IV) $f(x)$ **का न्यूनतम मान 0 है**

(a) (I), (II) **और** (IV) **सही हैं** (b) (I) **और** (III) **सही हैं**
(c) (I), (II), (III) **और** (IV) **सही हैं** (d) (II) **और** (III) **सही हैं**

Q.35. If $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}a & 1\\ b & -1\end{bmatrix}$ and $(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$, then–

(I) a = -1 (II) a = 1 (III) b = 2 (IV) b = -2

(a) (I), (II) and (IV) are correct. (b) (I), (II) and (III) are correct.
(c) (I) and (IV) are correct. (d) (II) and (III) are correct.

यदि $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}a & 1\\ b & -1\end{bmatrix}$ और $(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$, तो –

(I) a = -1 (II) a = 1 (III) b = 2 (IV) b = -2

(a) (I), (II) **और** (IV) **सही हैं** (b) (I), (II) **और** (III) **सही हैं**
(c) (I) **और** (IV) **सही हैं** (d) (II) **और** (III) **सही हैं**

Q.36. Let $f: R\to R$ be any function and g(x) = $\frac{1}{f(x)}$ then which of following is /are not true–

(I) *g* is onto if *f* is onto. (II) *g* is one-one if *f* is one-one.
(III) *g* is continuous if *f* is continuous. (IV) *g* is differentiable if *f* is differentiable.

(a) (I), (II) and (IV) are correct. (b) (I) and (III) are correct.
(c) (II) and (III) are correct. (d) (I), (II) and (III) are correct.

माना $f : R \rightarrow R$ कोई फलन है और $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ तो निम्नलिखित में से कौन सा/से कथन असत्य है/हैं–

(I) यदि f आच्छादक है तो g भी आच्छादक है
(II) यदि f एकैकी है तो g भी एकैकी है
(III) यदि f सतत है तो g भी सतत है
(IV) यदि f अवकलनीय है तो g भी अवकलनीय है

(a) (I), (II) **और** (IV) **सही हैं**
(b) (I) **और** (III) **सही हैं**
(c) (II) **और** (III) **सही हैं**
(d) (I), (II) **और** (III) **सही हैं**

Q.37. A fair coin is tossed 99 times. Let X be the number of times heads occurs. Then $P(X = r)$ is maximum when r is–

एक निष्पक्ष सिक्के को 99 बार उछाला जाता है। माना X वह संख्या है जितनी बार शीर्ष आता है। फिर $P(X= r)$ अधिकतम होगा जब r है-

(I) 49 **(II) 52** **(III) 51** **(IV) 50**

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (IV) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (II) and (III) are correct.

Q.38. If $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}, \bar{b} = \hat{i} + \hat{j}, \vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$, if $\vec{c}$ is a vectors and $\vec{a}, \vec{c} = |\vec{c}|, |\vec{c} - \vec{a}| = 2\sqrt{2}$ and angle between $(\vec{a} \times \vec{b})$ and $\vec{c}$ is 30° then $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$ is:

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}, \bar{b} = \hat{i} + \hat{j}, \vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$, यदि $\vec{c}$ एक ऐसा सदिश है कि $\vec{a}, \vec{c} = |\vec{c}|, |\vec{c} - \vec{a}| = 2\sqrt{2}$ $(\vec{a} \times \vec{b})$ और $\vec{c}$ के दीच का कोण 30° तो $|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$ होगा :

(a) $\frac{2}{3}$
(b) $\frac{3}{2}$
(c) 2
(d) 3

Q.39. Which one of the following quantities is/are positive?

निम्नलिखित में से कौन से परिमाण धनात्मक हैं?

(A) $cos\left(tan^{-1}(tan4)\right)$
(B) $sin\left(cot^{-1}(cot4)\right)$
(C) $tan(cos^{(-1)}(cos5))$
(D) $cot\left(sin^{-1}(sin4)\right)$

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (III) are correct.
(c) (I) and (II) are correct.
(d) (I), (II) and (III) are correct.

Q.40. If $f(x) = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 \\ ax & a & -1 \\ ax^2 & ax & a \end{vmatrix}$, then $f(2x) - f(x)$ is divisible by–

यदि $f(x) = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 \\ ax & a & -1 \\ ax^2 & ax & a \end{vmatrix}$, तब $f(2x) - f(x)$ किससे विभाज्य होगा —

(I) x **(II) a** **(III) 2a + 3x** **(IV) x^2**

(a) (I), (II) and (IV) are correct.
(b) (I) and (III) are correct.
(c) (I), (II) and (III) are correct.
(d) (II), (III) and (IV) are correct.

Paragraph for question 41 & question 42.
Consider three planes : $2x + py + 6z = 8; x + 2y + qz = 5$ and $x + y + 3z = 4$

Q.41. Which of the following statements are correct about the lines:
निम्नलिखित में से कौन सा कथन रेखाओं के बारे में सही है:

$l_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{x+3}{-2}, Z = 5$ $\quad$ $l_2 : \frac{x+1}{1} = \frac{2y-3}{3} = \frac{Z-5}{2}$

(I) (–5, 5, 5) lies on l_1
(–5, 5, 5) l_1 पर स्थित है

(II) (–4, –3, –1) lies on l_2
(–4, –3, –1) l_2 पर स्थित है

(III) l_1 is perpendicular to l_2
l_1, l_2 के लंबवत है

(IV) l_2 is parallel to l_1
l_2, l_1 के समानांतर है

Choose the correct option from following **निम्नलिखित में से सही विकल्प चुनें:**:

(a) (I) and (II) (b) (II) and (III) (c) (I) and (III) (d) (I), (II) and (IV)

Q.42. A line l passes through origin and makes an angle of $\frac{II}{3}$ with the intersecting line $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{2-3}{2}$. Then the possible equation(s) of line(s) are:

एक रेखा। मूल बिंदु से होकर गुजरती है और प्रतिच्छेदी रेखा के साथ $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{2-3}{2}$. $\frac{II}{3}$ का कोण बनाती है । तो रेखा(ओं) के संभावित समीकरण होंगें –

(I) $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{Z}{-1}$ (II) $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{Z}{2}$ (III) $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{Z}{2}$ (IV) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{Z}{-1}$

(a) (I) and (II) (b) (I), (II) and (III) (c) (III) and (IV) (d) (II) and (IV)

Q.43. At $r = 8$, its surface area increases at the rate– **$r = 8$, पर, इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ता है?**

(a) 10 cm²/min (b) 8 cm²/min (c) 20 cm²/min (d) None of these

Q.44. When $r = 8$, then the increase in radius in the next 1/2 min is–
जब $r = 8$, तो अगले 1/2 मिनट में त्रिज्या में वृद्धि होगी –

(a) 0.01 cm (b) 0.050 cm (c) 0.075 cm (d) 0.025 cm

Q.45. The function $f(x) = ax(x-1) + b \qquad x < 1$

$= x - 1 \qquad 1 \le x \le 3$

$= px^2 + qx + 2 \qquad x > 3$

If (I) $f(x)$ is continuous for all x (II) $f'(1)$ does not exist
(III) $f'(x)$ is continuous at $x = 3$, then match the following columns:

	Column-I		Column-II
A	a cannot has value	**P**	1/3
B	b has value	**Q**	0
C	p has value	**R**	–1
D	q has value	**S**	1

यदि (I) $f(x)$ **सभी** x **के लिए सतत है** (II) $f'(1)$ **का अस्तित्व नहीं है**
(III) $f'(x)$ is continuous at $x = 3$, **पर सतत है, तो दिए गये कॉलम का मिलान कीजिये–**

(a) A-T, B-P, C-Q, D-Q (b) A-T, B-R, C-Q, D-Q
(c) A-T, B-R, C-R, D-Q (d) A-S, B-Q, C-P, D-R

Q.46. All letter of the word BREAKAGE are to be jumbled. The number of ways of arranging them so that :
शब्द के सभी अक्षरों को अव्यवस्थित किया जाता है। उन्हें कॉलम A में दिए गए व्यवस्थित करने के तरीकों को कॉलम B में दी गई की संख्या से मिलान कीजिये–

	Column-I कॉलम-I		Column-II कॉलम-II
A	The two A's are not together **दोनों A एक साथ नहीं हो**	**P**	720
B	The two E's are together but not two A's **दो E एक साथ हो लेकनि दो A एक साथ नहीं हो**	**Q**	1800
C	Neither two A's nor two E's are together **न तो दो A और न ही दो E एक साथ हो**	**R**	5760
D	No two vowels are together **कोई भी दो स्वर एक साथ नहीं हो**	**S**	7560

(a) A-S, B-Q, C-R, D-P
(b) A-P, B-S, C-Q, D-R
(c) A-Q, B-P, C-R, D-S
(d) A-S, B-P, C-Q, D-R

Q.47. Consider the function $f(x)=\frac{lnx}{8}-ax+x^2$ and $a \geq 0$ is a real constant and match following columns:
मान लीजिये फलन $f(x)=\frac{lnx}{8}-ax+x^2$ जहां $a \geq 0$ एक वास्तविक अचर है। दिए गये कॉलम I का कॉलम II से मिलान कीजिए–

	Column-I कॉलम-I		Column-II कॉलम-II
A	$f(x)$ gives a local maxima at $f(x)$ एक स्थानीय उच्चिष्ठ मान देगा	**P**	$a=1, x=\frac{1}{4}$
B	$f(x)$ gives a local minima at $f(x)$ एक स्थानीय यूनतम मान देगा	**Q**	$a>1, x=\frac{a-\sqrt{a^2-1}}{4}$
C	$f(x)$ gives a point of inflection for $f(x)$ एक नति परिवर्तन बिंदु देगा	**R**	$0<a<1$
D	$f(x)$ is strictly increasing for all $x \in R^+$ $f(x)$ सभी $x \in R^+$ के लिए सख्ती से बढ़ेगा	**S**	$a>1, x=\frac{a+\sqrt{a^2-1}}{4}$

(a) A-P, B-S, C-Q, D-R
(b) A-Q, B-P, C-S, D-R
(c) A-Q, B-S, C-P, D-R
(d) A-S, B-P, C-Q, D-R

Q.48. Consider the functions $f: R \to R, f(x)=x^3$ and $g: R \to R, g(x)=3x+4$.
Statement 1: $f(g(x))$ is an onto function.
Statement 2: $g(x)$ is an onto function.
(a) Both the statements are true and Statement 2 is the correct explanation for Statement 1.
(b) Both the statements are true but Statement 2 is not the correct explanation for Statement 1.
(c) Statement 1 is true and Statement 2 is false.
(d) Statement 1 is false and Statement 2 is true.

मान लीजिये फलन $f: R \to R, f(x)=x^3$ and $g: R \to R, g(x)=3x+4$.
कथन 1: $f(g(x))$ एक आच्छादक फलन है **कथन 2: $g(x)$ एक आच्छादक फलन है**
(a) दोनों कथन सत्य हैं और कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या है।
(b) दोनों कथन सत्य हैं लेकिन कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या नहीं है।
(c) कथन 1 सत्य है और कथन 2 गलत है।
(d) कथन 1 गलत है और कथन 2 सत्य है।

Q.49. Consider the statements:

Statement 1: Degree of the differential equation $2x-3y+2=log\left(\frac{dy}{dx}\right)$ **is not defined.**

Statement 2: In the given differential equation, the power of highest order derivative when expressed as the polynomials of derivatives is called degree.

(a) Both the statements are true and Statement 2 is the correct explanation for Statement 1.
(b) Both the statements are true but Statement 2 is not the correct explanation for Statement 1.
(c) Statement 1 is true and Statement 2 is false.
(d) Statement 1 is false and Statement 2 is true.

दिए गये कथनों पर विचार कीजिये

कथन 1: $2x-3y+2=log\left(\frac{dy}{dx}\right)$ **अवकल समीकरण की घात परिभाषित नहीं है**

कथन 2 : दिए गए अवकल समीकरण में, उच्चतम क्रम के अवकलज की घात को जब अवकलजों के बहुपदों के रूप में व्यक्त किया जाता है तो वह घात कहलाती है ।

(a) दोनों कथन सत्य हैं और कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या है।
(b) दोनों कथन सत्य हैं लेकिन कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या नहीं है।
(c) कथन 1 सत्य है और कथन 2 गलत है।
(d) कथन 1 गलत है और कथन 2 सत्य है।

Q.50. Consider the statements:

Statement 1: $A=\begin{bmatrix}4&0&4\\2&3&2\\1&2&1\end{bmatrix}, B^{-1}=\begin{bmatrix}1&3&3\\1&4&3\\1&3&4\end{bmatrix}$. **Then $(AB)^{-1}$ does not exist.**

Statement 2: Since $|A|=0,\ (AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ **is meaningless.**

(a) Statement 1 is false and Statement 2 is true.
(b) Both the statements are true but Statement 2 is not the correct explanation for Statement 1.
(c) Statement 1 is true and Statement 2 is false.
(d) Both the statements are true and Statement 2 is the correct explanation for Statement 1.

दिए गये कथनों पर विचार कीजिये

कथन 1: $A=\begin{bmatrix}4&0&4\\2&3&2\\1&2&1\end{bmatrix}, B^{-1}=\begin{bmatrix}1&3&3\\1&4&3\\1&3&4\end{bmatrix}$. **तो $(AB)^{-1}$ अस्तित्व में नहीं होगा**

कथन 2: क्यूंकि $|A|=0,\ (AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ **अर्थहीन है**

(a) दोनों कथन सत्य हैं और कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या है।
(b) दोनों कथन सत्य हैं लेकिन कथन 2, कथन 1 की सही व्याख्या नहीं है।
(c) कथन 1 सत्य है और कथन 2 गलत है।
(d) कथन 1 गलत है और कथन 2 सत्य है।