

International Maths Olympiad

by Maths Olympiad Foundation



School Name: State

Student Name: SignIMO Roll No.

Time : 1 hour

Class-XII

Maximum Marks : 100

General Instructions:

- (a) There are 50 MCQs divided into three sections namely A, B and C.
- (b) There is a negative marking (–1) for every wrong answer or filling more than one circle. No marks will be awarded or deducted for unattempted question.
- (c) Rough works should be done on the A4 Sheet provided by Invigilator.
- (d) **After completing the examination handover the OMR/Answer Sheet to the Invigilator.**
- (e) Use of Calculator, smart watches are not permitted. Uses may lead cancellation of Examination.

Section A: 1 to 20 (Each question carry 1 mark)

Q.1. His main work Siddhānta-Śīromāṇi, is divided into four parts - arithmetic, algebra, mathematics of the planets, and spheres respectively. Identify the mathematician.

उनका मुख्य कार्य - सिद्धांत शिरोमणि चार हिस्सों - अंकगणित, बीजगणित, ग्रहों का गणित और गोला में विभाजित है। इन्हें पहचानें -

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| (a) Ramanujan (रामानुजन) | (b) Aryabhata (आर्यभट) |
| (c) Bhaskaracharya (भास्कराचार्य) | (d) Brahmagupta (ब्रह्मगुप्त) |

Q.2. If $f : (-\infty, 2] \rightarrow (-\infty, 4]$, where $f(x) = x(4 - x)$, then find the value of $f^{-1}(x)$:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (a) $2 - \sqrt{4-x}$ | (b) $2 + \sqrt{4-x}$ |
| (c) $-2 + \sqrt{4-x}$ | (d) $-2 - \sqrt{4-x}$ |

Q.3. Sum of solutions of the equation $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 3 & x^2 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 10$ is:
समीकरण के हलों का योग है

- | | | | |
|-------|--------|-------|-------|
| (a) 1 | (b) -1 | (c) 2 | (d) 4 |
|-------|--------|-------|-------|

Q.4. The value of $\sec^2(\tan^{-1}2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$ is :

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (a) 14 | (b) 15 | (c) 16 | (d) 17 |
|--------|--------|--------|--------|

Q.5. If $y = (x-3) \cdot (x-2) \cdot (x-1) \cdot x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)$, then $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 1$ is :

- | | | | |
|----------|--------|--------|---------|
| (a) -101 | (b) 48 | (c) 56 | (d) 190 |
|----------|--------|--------|---------|

Q.6. If (यदि) $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cos^{-1} x$ then x is equal to (तो x किसके बराबर है) :

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) 0

Q.7. Let (यदि) $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 7 & -12 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 12 & -5 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$ be two given matrices, then $(AB)^{(-1)}$ is :
दो दिए गये आव्यूह हैं तो $(AB)^{(-1)}$ होगा –

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Q.8. Let (माना) $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{if } x < 1 \\ 3 & \text{if } x = 1 \\ bx^2+1 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ If $f(x)$ is continuous at $x = 1$ then (a-b) is equal to :
यदि $f(x)$ का मान $x = 1$ पर संतत है तो (a-b) किसके बराबर है

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 4

Q.9. Let $f(x) = \tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$. Then difference of the greatest and least value of $f(x)$ on $[0, 1]$ is (तो $f(x)$ का $[0, 1]$ पर सबसे अधिक और सबसे कम मान का अंतर होगा)

- (a) $\pi/2$ (b) $\pi/4$ (c) π (d) $\pi/3$

Q.10. The number of integral values of a for which (a के पूर्णांक मानो कि संख्या जिसके लिए) $f(x) = x^3 + (a+2)x^2 + 3ax + 5$ is monotonic in (एक एकदिष्ट फलन है जहाँ) $\forall x \in \mathbb{R}$.

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 7

Q.11. $2 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sin^{-1} x}{x} dx - \int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{x} dx =$

- (a) $\frac{\pi}{8} \ln 2$ (b) $\frac{\pi}{4} \ln 2$ (c) $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln 2$ (d) $\frac{\pi}{2} \ln 2$

Q.12. If (यदि) $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{b} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$; $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ are linearly dependent vectors, then the number of possible values of λ is (रैखिक परतंत्र सदिश है तो λ के कितने मान संभव होंगे) :

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) >2

Q.13. Which Indian mathematician has extended the mathematics of Bramhagupta?

वह कौन भारतीय गणितज्ञ हैं जिन्होंने ब्रह्मगुप्त के कार्य को आगे बढ़ाया?

- (a) Mahāvīra (महावीर) (b) Aryabhata (आर्यभट)
(c) Bhaskara I (भास्कर I) (d) Bhaskara II (भास्कर II)

Q.14. Q is the image of the point P(1,-2,3) with respect to the plane $x - y + z = 7$. The distance of Q from the origin is :

Q, बिंदु P(1,-2,3) का समतल $x - y + z = 7$ के सापेक्ष प्रतिबिम्ब है तो मूल बिंदु से Q की दूरी है -

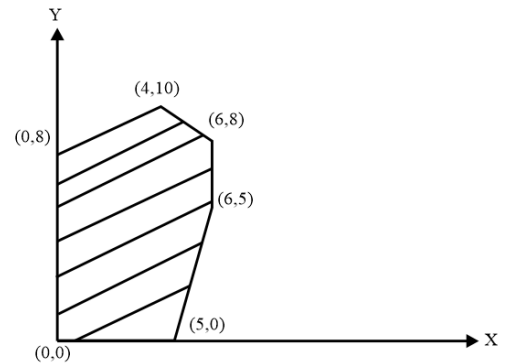
- (a) $\sqrt{\frac{70}{3}}$ (b) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{70}{3}}$ (c) $\sqrt{\frac{35}{3}}$ (d) $\sqrt{\frac{15}{2}}$

Q.15. The feasible solution for a LPP is shown in figure. If $Z = 3x - 4y$ is the objective function then (Maximum value of Z - Minimum value of Z) is :

किसी रैखिक प्रोग्राम का सुसंगत हल यहाँ चित्र में दिखाया गया है।

यदि $Z = 3x - 4y$ एक उद्देश्य फलन है तो अधिकतम और न्यूनतम Z के बीच का अंतर है -

- (a) -17 (b) 17
(c) -47 (d) 47



Q.16. A 4 digit number is randomly picked from all the 4 digit numbers, then the probability that the product of the digit is divisible by 3 is :

4 अंको वाली सभी संख्याओं में से एक 4 अंक वाली संख्या को यादृच्छिक चुन लिया गया, इस संख्या के अंको के गुणनफल का 3 से विभाजित होने की प्रायिकता बताएं

- (a) $\frac{107}{125}$ (b) $\frac{109}{125}$ (c) $\frac{111}{125}$ (d) $\frac{23}{125}$

Q.17. Sujatha Ramdorai is famous for: सुजाता रामदुरई के लिए मशहूर हैं -

- (a) Algebraic number theory (बीजगणितीय संख्या सिद्धांत)
(b) Asymptotic theory (उपगामी सिद्धांत)
(c) Automata theory (आत्मचलित सिद्धांत)
(d) Approximation theory (सन्निकट सिद्धांत)

Q.18. How many number of four letter words can be formed using the letters of word VIBRANT if letter V is included:

VIBRANT शब्द से बनने वाले 4 अक्षरों के शब्दों की संख्या ज्ञात करें यदि शब्द में V अवश्य हो -

- (a) 840 (b) 480 (c) 120 (d) 240

Q.19. Let $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$ be a relation on the set $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Then the relation R is:

माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ पर एक सम्बन्ध $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$ है तो सम्बन्ध R है

- (a) Function (फलन) (b) Reflexive (स्वतुल्य)
(c) Not symmetric (सममित नहीं) (d) Transitive (संक्रामक)

Q.20. The scalar triple product $\begin{bmatrix} \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} & \vec{b} + \vec{c} - \vec{a} & \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} \end{bmatrix}$ is equal to :

$\begin{bmatrix} \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} & \vec{b} + \vec{c} - \vec{a} & \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} \end{bmatrix}$ का अदिश त्रि गुणनफल के बराबर है -

- (a) 0 (b) $[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$ (c) $2[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$ (d) $4[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$

Section B: 21 to 40 (Each question carry 2 marks)

Q.21. Let $D(x) = \begin{vmatrix} x^2 + 4x - 3 & 2x + 4 & 13 \\ 2x^2 + 5x - 9 & 4x + 5 & 26 \\ 8x^2 - 6x + 1 & 16x - 6 & 104 \end{vmatrix} = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$
then:

(I) $\alpha + \beta = 0$

(II) $\beta + \gamma$

(III) $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$

(IV) $\alpha + \beta + \gamma = 0$

(a) (I), (II), (IV) are correct

(b) (II), (III) are correct

(c) (I), (II) are correct

(d) (II), (III), (IV) are correct

Q.22. The value(s) of μ for which the straight lines (μ के किस मान के लिए सरल रेखाएं)
 $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda_1(\hat{i} - \hat{j} + \mu\hat{k})$ and $\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda_2(\hat{i} - \mu\hat{j} + 2\hat{k})$ are coplanar
(समतलीय होंगे) :

(I) $\frac{5 + \sqrt{33}}{4}$

(II) $\frac{-5 + \sqrt{33}}{4}$

(III) $\frac{5 - \sqrt{33}}{4}$

(IV) $\frac{-5 - \sqrt{33}}{4}$

(a) (I), (II) (III) are correct

(b) (I) (III) are correct

(c) (I), (II), (IV) are correct

(d) (II), (III) are correct

Q.23. Let $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then :

(I) $A_{\alpha+\beta} = A_\alpha A_\beta$

(II) $A_\alpha^{-1} = A_\alpha$

(III) $A_\alpha^{-1} = -A_\alpha^{-1}$

(IV) $A_\alpha^2 = 1$

(a) (I), (II) (III) are correct

(b) (I) (III) are correct

(c) (I), (II) (IV) are correct

(d) (I) (II) are correct

Q.24. Let $[.]$ denotes the greatest integer function and $f(x) = [\tan^2 x]$, then

मान लीजिये $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन है तथा $f(x) = [\tan^2 x]$ तो

(I) $\lim_{x \rightarrow 0} (x) = [\tan^2 x]$ $f(x)$ does not exist (अस्तित्व में नहीं है)

(II) $f(x)$ is continuous at $x = 0$ (पर संतत है)

(III) $f(x)$ is not differentiable at $x = 0$ (पर अवकलनीय नहीं है)

(IV) $f'(0) = 0$

(a) (I), (II) (III) are correct.

(b) (II) and (IV) are correct.

(c) (I), (II) and (IV) are correct.

(d) (III) and (IV) are correct.

- Q.25.** A bag contains 4 tickets marked with 112, 121, 211, 222. One ticket is drawn at random from the bag. Let $E_i (i=1,2,3)$ denote the event that i^{th} digit on the ticket is 2. Then :
 एक थैले में चार टिकट 112, 121, 211, 222 रखे हैं। इनमें से एक टिकट को यादृच्छिक थैले से निकाला जाता है। यदि $E_i (i=1,2,3)$ उस घटना को दर्शाता है की टिकट पर मौजूद i वां अंक 2 है तो -
- (I) E_1 and E_2 are independent (स्वतंत्र हैं) (II) E_1 and E_3 are independent (स्वतंत्र हैं)
 (III) E_3 and E_1 are independent (स्वतंत्र हैं) (IV) E_1, E_2, E_3 , are independent (स्वतंत्र हैं)
- (a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I) (III) are correct.
 (c) (I), (II), (III) are correct. (d) (II), (III) are correct.
- Q.26.** If the system of equations यदि समीकरणों के निकाय
 $ax + y + 2z = 0$ $x + 2y + z = b$ $2x + y + az = 0$
 has no solution then $(a+b)$ can be equal to : (का कोई हल नहीं हो तो $(a + b)$ किसके बराबर हो सकता है)
- (I) -1 (II) 2 (III) 3 (IV) 4
- (a) (I), (II), (IV) are correct. (b) (I) (III) are correct.
 (c) (I), (II) (III) are correct. (d) (II), (III) (IV) are correct.
- Q.27.** If (यदि) $f(x) = |x| \sin x$ (हो) then (तो) f is (होगा):
 (I) Differentiable everywhere (हर जगह अवकलनीय)
 (II) Not differentiable at $x = n\pi, n \in I$ (पर अवकलनीय नहीं है)
 (III) Not differentiable at $x = 0$ (पर अवकलनीय नहीं है)
 (IV) Continuous at $x = 0$ (पर संतत)
- (a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (IV) are correct.
 (c) (I), (II), (III) are correct. (d) (II), (III) are correct.
- Q.28.** $A^3 - 2A^2 - A + 2I = 0$ if $A =$
- (I) I (II) $2I$
 (III) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (IV) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- (a) (I), (II), (III) (IV) are correct. (b) (I), (III) are correct.
 (c) (I), (II), (III) are correct. (d) (III), (IV) are correct.
- Q.29.** Gradient of the line passing through the point (2, 8) and touching the curve $y = x^3$, can be :
 (2, 8) से गुजरने वाली और वक्र $y = x^3$ को स्पर्श करने वाली रेखा की प्रवणता हो सकती है -
- (I) 3 (II) 6 (III) 9 (IV) 12
- (a) (I), (II), (IV) are correct. (b) (I), (III) are correct.
 (c) (I), (II), (III) are correct. (d) (II), (IV) are correct.

Q.30. If (यदि) $\int \frac{dx}{1 - \sin^4 x} = a \tan x + b \tan^{-1} (c \tan x) + d$, then (तो):

(i) $a = \frac{1}{2}$ (ii) $b = \sqrt{2}$ (iii) $c = \sqrt{2}$ (iv) $d = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

(a) (I), (III), (IV) are correct. (b) (I), (III) are correct.

(c) (I), (II), (III) are correct. (d) (II), (III) are correct.

Q.31. Let (यदि) $y = f(x)$ be a real valued function satisfying (एक वास्तविक मान का फलन है जो) $x \frac{dy}{dx} = x^2 + y - 2$, $f(1) = 1$, then (को संतुष्ट करता है):

(I) $f(x)$ is minimum at $x = 1$ (पर निम्निष्ठ है)

(II) $f(x)$ is maximum at $x = 1$ (पर उच्चिष्ठ है)

(III) $f(3) = 5$

(IV) $f(2) = 3$

(a) (I), (II), (IV) are correct. (b) (I) (III) are correct.

(c) (I), (II) (III) are correct. (d) (II), (III) are correct.

Q.32. If (यदि) the equation $x + \cos x = a$ has exactly one positive root (के केवल एक धनात्मक मूल है), then (तो):

(I) $a \in (0, 1)$

(II) $a \in (2, 3)$

(III) $a \in (1, \infty)$

(IV) $a \in (-\infty, 1)$

(a) (I), (II), (IV) are correct.

(b) (I), (III) are correct.

(c) (II), (III) are correct.

(d) (II), (IV) are correct.

Q.33. Area enclosed by the curves $y = x^2 + 1$ and a normal drawn to it with gradient -1 ; is equal to :

वक्र $y = x^2 + 1$ तथा इस पर डाले गए अभिलम्ब के बीच का क्षेत्रफल जिसकी प्रवणता -1 है; के बराबर है—

(I) $\frac{2}{3}$

(II) $\frac{1}{3}$

(III) $\frac{3}{4}$

(IV) $\frac{4}{3}$

(a) (I), (IV) are correct.

(b) (I), (III) are correct.

(c) (I), (II), (III) are correct.

(d) (II), (III) are correct.

Q.34. If a curve $y = a\sqrt{x} + bx$ passes through point $(1, 2)$ and the area bounded by curve line $x = 4$ and x -axis is 8, then :

यदि वक्र $y = a\sqrt{x} + bx$, बिंदु $(1, 2)$ से गुजरते हों तथा वक्र रेखा $x = 4$ तथा x -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल 8 है तो—

(I) $a = 3$

(II) $b = 3$

(III) $a = -1$

(IV) $b = -1$

(a) (I), (II), (IV) are correct.

(b) (I), (III) are correct.

(c) Only (IV) is correct.

(d) (II), (III) are correct.

Q.35. Let (माना) $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^n \frac{n}{1+n^2x^2} dx$ where $a \in \mathbb{R}$ then L can be (जहाँ $a \in \mathbb{R}$ तो L का मान हो सकता है):

- (I) π (II) $\frac{\pi}{2}$ (III) 0 (IV) $\frac{\pi}{3}$

- (a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (III) are correct
(c) (I), (II) (III) are correct (d) Only (III) is correct

Q.36. Solution of differential equation $xcosx \left(\frac{dy}{dx} \right) + y(xsinx + cosx) = 1$ is:

अवकल समीकरण $xcosx \left(\frac{dy}{dx} \right) + y(xsinx + cosx) = 1$ का हल है

Where c is an arbitrary constant.

- (I) $xy = sinx + ccosx$ (II) $xysecx = tanx + c$
(III) $xy + sinx + ccosx = 0$ (IV) None of these
(a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (III) are correct
(c) (I), (II), (III) are correct (d) (I), (II) are correct

Q.37. The solution (s) of the equation $\cos^{-1}x = \tan^{-1}x$, satisfy

समीकरण $\cos^{-1}x = \tan^{-1}x$, के हल को संतुष्ट करता है -

- (I) $x^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (II) $x^2 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
(III) $\sin(\cos^{-1}x) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (IV) $\tan(\cos^{-1}x) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
(a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (III) are correct
(c) (I), (II), (III) are correct (d) (II), (IV) are correct

Q.38. If (यदि) $\hat{i} \times [(\vec{a} - \hat{j}) \times \hat{i}] + \hat{j} \times [(\vec{a} + \hat{k}) \times \hat{j}] + \hat{k} \times [(\vec{a} - \hat{i}) \times \hat{k}] = \mathbf{0}$ and (तथा) $\vec{a} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then

- (I) $x + y = 1$ (II) $y + z = \frac{1}{2}$ (III) $x + z = 1$ (IV) None of these (इनमे से कोई नहीं)
(a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (III) are correct
(c) (I), (II), (III) are correct (d) (II), (III) are correct

Q.39. If (यदि) $(x) = \sin^{-1}(\sin x)$, $g(x) = \cos^{-1}(\cos x)$ then (तो)

- (I) $f(x) = g(x)$ if $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ (II) $f(x) > g(x)$ if $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$
(III) $f(x) < g(x)$ if $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ (IV) $f(x) > g(x)$ if $x \in \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$
(a) (I), (II), (IV) are correct (b) (I), (III) are correct
(c) (I), (II) (III) are correct (d) Only (III) is correct

Q.40. For two events A and B let, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, then which of the following is/are correct ?

दो घटनाएं A और B इस प्रकार हैं कि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, तो निम्न में कौन सा विकल्प सही है -

(a) $P(A \cap \bar{B}) \leq \frac{1}{3}$ (b) $P(A \cup B) \leq \frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{15} \leq P(A \cap B) \leq \frac{3}{5}$ (d) $\frac{1}{10} \leq P\left(\frac{\bar{A}}{B}\right) \leq \frac{3}{5}$

(a) (I), (III), (IV) are correct

(b) (I), (III) are correct.

(c) (I), (II) (III), (IV) are correct

(d) (III), (IV) are correct

Section A: 41 to 50 (Each question carry 4 mark)

Below statements is for question 41 & 42

In an experiment a coin is tossed 10 times. किसी प्रयोग में एक सिक्के को 10 बार उछाला जाता है

Q.41. What is the probability that there are no two heads consecutive?

दो लगातार चित नहीं आने की प्रायिकता कितनी है?

(a) $\frac{143}{2^{10}}$ (b) $\frac{9}{2^6}$ (c) $\frac{2^7 - 1}{2^{10}}$ (d) $\frac{2^6 - 1}{2^6}$

Q.42. What is the probability of the event that “exactly four heads occur alternately” is?

‘चार चित के बारी-बारी से होने की घटना की प्रायिकता है?’

(a) $1 - \frac{4}{2^{10}}$ (b) $1 - \frac{7}{2^{10}}$ (c) $\frac{4}{2^{10}}$ (d) $\frac{5}{2^{10}}$

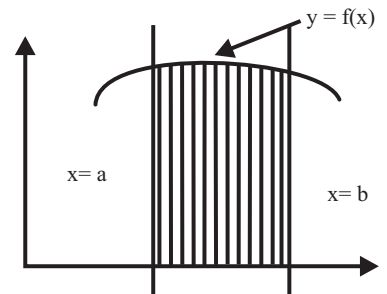
PISA BASED QUESTION

Paragraph for question 43 & 44

Area bounded by the curve $y = f(x)$,

x -axis and the ordinates $x = a$ and $x = b$ is given by

$$A = \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx$$



वक्र $y = f(x)$, x -axis, तथा $x = a$ एवं $x = b$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल $A = \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx$ दिया गया है।

Q.43. Find area of the region bounded by the ellipse (दीर्घवृत्त से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$.

(a) 30π square units (वर्ग इकाई)

(b) 50π square units (वर्ग इकाई)

(c) 35π square units (वर्ग इकाई)

(d) 40π square units (वर्ग इकाई)

Q.44. Find area of the region bounded by the curve $x^2 + y^2 = 4$.

वक्र द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें

(a) 30π square units (वर्ग इकाई)

(b) 5π square units (वर्ग इकाई)

(c) 35π square units (वर्ग इकाई)

(d) 4π square units (वर्ग इकाई)

Q.45. Column- I gives pair of curves and column- II gives the angle Θ between the curves at their intersection point. Match the columns.

कॉलम – I वक्र युग्म और कॉलम – II दोनों वक्रों के बीच के कोण Θ को दर्शाता है, इन्हें सुमेलित करें

	Column-I		Column-II
(A)	$y = \sin x, \quad y = \cos x,$	(P)	$\pi/4$
(B)	$x^2 = 4y, \quad y = \frac{8}{x^2 + 4}$	(Q)	$\pi/2$
(C)	$\frac{X^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1, \quad x^2 - y^2 = 5$	(R)	$\tan^{-1} 3$
(D)	$xy = 1, \quad x^2 - y^2 = 5$	(S)	$\tan^{-1} 5$
		(T)	$\tan^{-1} (2\sqrt{2})$

(a) A-T, B-P, C-Q, D-Q

(b) A-S, B-R, C-P, D-Q

(c) A-T, B-R, C-R, D-Q

(d) A-T, B-R, C-Q, D-Q

Q.46. Column- I gives inverse trigonometric functions and column- II gives their respective range. Match the columns.

कॉलम – I प्रतिलोम त्रिकोणमितिय फलन और कॉलम – II उनके परास को दर्शाता है, इन्हें सुमेलित करें

	Column-I		Column-II
(A)	$\tan^{-1} x$	(P)	$(0, \pi)$
(B)	$\cot^{-1} x$	(Q)	$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
(C)	$\sec^{-1} x$	(R)	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$
(D)	$\operatorname{cosec}^{-1} x$	(S)	$[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

(a) A-Q, B-P, C-S, D-R

(b)

A-P, B-S, C-Q, D-R

(c) A-Q, B-P, C-R, D-S

(d)

A-S, B-P, C-Q, D-R

Q.47. Column- I gives indefinite integrals and column- II gives their respective expressions. Match the following.

कॉलम – I अनिश्चित समाकलन और कॉलम – II क्रमशः उनके व्यंजक को दर्शाते हैं, इन्हें सुमेलित करें

	Column-I		Column-II
(A)	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$	(P)	$\log x + \sqrt{x^2 + a^2} + C$
(B)	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx =$	(Q)	$\log x + \sqrt{x^2 + a^2} + C$
(C)	$\sqrt{a^2 - x^2} dx =$	(R)	$\frac{x}{2}\sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2}\log x + \sqrt{x^2 - a^2} + C$
(D)	$\sqrt{x^2 - a^2} dx =$	(S)	$\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + C$

(a) A-P, B-S, C-Q, D-R

(b) A-P, B-P, C-S, D-R

(c) A-Q, B-P, C-S, D-R

(d) A-S, B-P, C-Q, D-R

For question 48 to 50:

Each question contains **Statement 1** and **Statement 2**.

Each question has following 4 choices (a), (b), (c) and (d), out of which only one is correct.

- Both the statements are true and Statement 2 is the correct explanation for Statement 1.
- Both the statements are true but Statement 2 is not the correct-explanation for Statement 1.
- Statement 1 is true and Statement 2 is false.
- Statement 1 is false and Statement 2 is true.

प्रश्न संख्या 48 से 50 के संदर्भ में

प्रत्येक प्रश्न में दो कथन हैं कथन I एवं कथन II

प्रत्येक प्रश्न में नीचे दिए चार विकल्प (a), (b), (c) तथा (d) हैं जिसमें से केवल एक उत्तर सही है।

- दोनों कथन सत्य हों तथा कथन 2, कथन 1 का सही व्याख्या करता है
- दोनों कथन सत्य हैं किन्तु कथन 2, कथन 1 का सही व्याख्या नहीं करता है
- कथन 1 सत्य है तथा कथन 2 असत्य
- कथन 1 असत्य है तथा कथन 2 सत्य

Q.48. Statement 1: $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are three mutually perpendicular unit vectors and $\vec{d}$ is a vector such that $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ and $\vec{d}$ are non-coplanar. If $[\vec{d} \vec{b} \vec{c}] = [\vec{d} \vec{a} \vec{b}] = [\vec{d} \vec{c} \vec{a}] = 1$, then $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

$\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ तीन परस्पर लम्बवत इकाई सदिश हैं तथा सदिश $\vec{d}$ इस प्रकार है की $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ तथा $\vec{d}$ एक तलीय नहीं है। यदि $[\vec{d} \vec{b} \vec{c}] = [\vec{d} \vec{a} \vec{b}] = [\vec{d} \vec{c} \vec{a}] = 1$, तो $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Statement 2: $[\vec{d} \vec{b} \vec{c}] = [\vec{d} \vec{a} \vec{b}] = [\vec{d} \vec{c} \vec{a}] \Rightarrow \vec{d}$ is equally inclined to $\vec{a}$, $\vec{b}$ & $\vec{c}$
 $[\vec{d} \vec{b} \vec{c}] = [\vec{d} \vec{a} \vec{b}] = [\vec{d} \vec{c} \vec{a}] \Rightarrow \vec{d}$ सदिश $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ पर समान रूप से झुका है।

(To choose the correct option follow a, b, c, d option given before the question 48.)

Q.49. Consider the planes $3x-6y-2z = 15$ and $2x+y-2z = 5$.

समतल $3x-6y-2z = 15$ तथा $2x+y-2z = 5$ पर विचार करें।

Statement 1: The parametric equations of the line of intersection of the given planes are $x = 3+14t$, $y = 1+2t$, $z = 15t$.

दिए गये समतलों का प्राचलिक समीकरण $x = 3+14t$, $y = 1+2t$, $z = 15t$ है।

Statement 2: The vector $14\hat{i} + 14\hat{j} + 14\hat{k}$ is parallel to the line of intersection of the given planes.

सदिश $14\hat{i} + 14\hat{j} + 14\hat{k}$ दिए गये समतलों के प्रतिच्छेद रेखा के समांतर हैं।

(To choose the correct option follow a, b, c, d option given before the question 48.)

Q.50. Statement 1: $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ has point of minima at $x=3$.

$x = 3$ पर दिए गए फलन $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ का निम्निष्ठ मान है।

Statement 2: $f(x)$ is non-differentiable at $x=3$.

$f(x)$, $x=3$ पर अवकलनीय नहीं है।

(To choose the correct option follow a, b, c, d option given before the question 48.)